

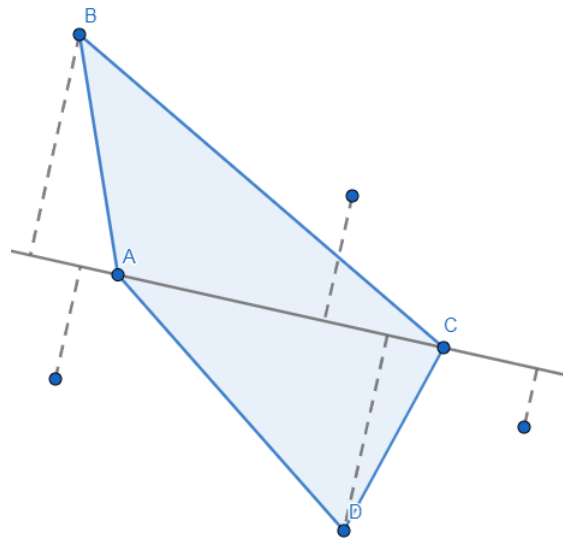
QUALAREA

Nguồn: Codeforces Round 198 (Div. 2) - Problem B

Tóm tắt đề bài

Cho N điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tứ giác đơn có diện tích lớn nhất được tạo từ 4 điểm trong N điểm đã cho.

Lời giải



Xét một tứ giác đơn $ABCD$ bất kì có đường chéo AC . Đường thẳng AC sẽ chia mặt phẳng Oxy thành hai nửa mặt phẳng: một nửa mặt phẳng ‘dương’ (nửa mặt phẳng nằm bên trái nếu nhìn theo chiều AC) và một nửa mặt phẳng ‘âm’ (nửa mặt phẳng nằm bên phải nếu nhìn theo chiều). Ta nhận xét rằng, B và D phải nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau và đồng thời:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} \\ &= AC * d(B, AC) + AC * d(D, AC). \end{aligned}$$

Với kí hiệu $d(P, AC)$ là khoảng cách từ điểm P đến đường thẳng AC . Do đó, để diện tích tứ giác $ABCD$ là lớn nhất có thể, khoảng cách từ B và D đến đường thẳng AC cũng phải lớn nhất có thể.

Từ đó, ý tưởng để giải bài toán này như sau: Duyệt qua tất cả các đường chéo có thể của tứ giác cần tìm (mỗi đường chéo sẽ là một cặp điểm trong N điểm đã cho).

- Nếu một trong hai nửa mặt phẳng tạo bởi đường chéo đang xét không chứa điểm nào, ta sẽ bỏ qua cặp điểm này.

Free Contest 4 Years

- Ngược lại, với mỗi nửa mặt phẳng ta cần tìm điểm có khoảng cách lớn nhất đến đường chéo đang xét, và lấy 2 điểm đó làm hai điểm còn lại của tứ giác. Cuối cùng, ta tính diện tích của tứ giác tạo thành rồi cập nhật đáp án.

Độ phức tạp: $O(N^3)$ với N là số điểm trên mặt phẳng Oxy.

Tag: geometry
